

Sciences  
TD  
380  
A1  
C132  
2,6

TD  
380  
A1  
C132

# les cahiers de centreau



**CENTREAU**  
Centre de recherches sur l'eau



UNIVERSITÉ LAVAL  
Québec, Canada

## **SIMULATION DES DÉBITS DE CRUE À MONTRÉAL**

José LLAMAS  
Roger POULIN

556  
556

## LES CAHIERS DE CENTREAU

LES CAHIERS DE CENTREAU constituent une collection d'études qui fait connaître les travaux des chercheurs de l'Université Laval dans le domaine de l'eau et qui s'adresse à la fois aux scientifiques et aux praticiens intéressés aux richesses naturelles et à leur conservation. Ils traitent chacun de sujets particuliers et apportent des conclusions ou des recommandations susceptibles non seulement d'augmenter les connaissances, mais de fournir aussi des solutions à de nombreux problèmes concernant la gestion et l'aménagement des ressources. Les études présentées ont été préalablement soumises à un comité d'appréciation, composé à la fois des analystes du comité de rédaction et de membres extérieurs au Centre de Recherches sur l'Eau.

Au moyen de cette revue scientifique bimestrielle, le CENTRE DE RECHERCHES SUR L'EAU de l'Université Laval désire mettre en évidence l'importance des sciences hydriques à cette institution et promouvoir des échanges à l'échelle nationale et internationale.

Ces cahiers sont adressés gratuitement sur demande. Les textes publiés sont sous la responsabilité de leurs auteurs et demeurent leur propriété. Leur reproduction est permise à condition d'en obtenir l'autorisation expresse du directeur de CENTREAU.

Dépôt légal—Bibliothèque nationale du Canada

Dépôt légal—Bibliothèque nationale du Québec

Pour tout renseignement, s'adresser à:  
José Llamas, Ph.D., directeur

CENTREAU  
Pavillon Pouliot  
Université Laval  
Québec, P.Q.  
Canada, G1K 7P4

COMITÉ DE RÉDACTION  
Analyse: Guy Moreau, D.Sc.  
Michel Cescas, Ph.D.  
Documentation: Andrée Tardif, L.L.  
Édition: G.-Oscar Villeneuve, Ph.D.

© 1977 CENTREAU, UNIVERSITÉ LAVAL

SIMULATION  
DES DÉBITS DE CRUE  
À MONTRÉAL

José LLAMAS  
Roger POULIN

TD  
380  
A1  
C132  
2,4

SIMULATION  
DES DÉBITS DE CRUE  
À MONTRÉAL

José LLAMAS  
Roger POULIN

ISSN 0702-7214



## RÉSUMÉ

Le présent travail a été un sujet d'étude au Centre de Recherches sur l'Eau de l'Université Laval durant l'année académique 1976-77. Les données de base proviennent de divers travaux poursuivis au ministère des Richesses naturelles du Québec durant les années antérieures.

LLAMAS, José: Professeur titulaire à la Faculté des Sciences et de Génie de l'Université Laval, José Llamas est ingénieur diplômé de l'École Supérieure des Travaux Publics de Madrid, Espagne, depuis 1958. Après avoir été à l'emploi du ministère des Richesses naturelles du Québec, d'abord comme ingénieur, ensuite comme directeur du Service de l'Aménagement hydraulique, il poursuit ses études à l'université d'État du Colorado et obtient son doctorat (Ph.D.) en 1968. Il est actuellement responsable du programme des cours d'hydrologie à l'Université Laval et directeur depuis 1975 du Centre de Recherches sur l'Eau de cette institution.

POULIN, Roger: Bachelier ès Sciences Appliquées (Génie civil) de l'Université Laval en 1968, Roger Poulin travaille d'abord comme ingénieur à la Division des Eaux intérieures, Environnement Canada, jusqu'en 1971, puis à la Direction de l'Aménagement, Direction générale des Eaux du ministère des Richesses naturelles du Québec. En 1976-77, il poursuit ses études en hydrologie dans les cadres du Centre de Recherches sur l'Eau de l'Université Laval et obtient de cette institution en 1978 le diplôme de Maître ès Sciences.

L'insuffisance de données constitue pour l'hydrologue un problème difficile et complexe, particulièrement lorsqu'il s'agit d'extrapoler des données au-delà de certaines limites afin d'estimer la période de retour d'une variable.

Très souvent la longueur de la série d'observations disponibles est inférieure à l'intervalle de récurrence, c'est-à-dire à la période de retour nécessaire à la définition de la variable. Il en est ainsi lorsqu'on veut déterminer la capacité d'un déversoir pour évacuer une crue centenaire et qu'on ne possède des observations que pour une période de 30 ans.

Cependant la technologie moderne et la facilité d'opération des ordinateurs offrent des méthodes de solution qu'il faut considérer. Ce sont entre autres:

- La simulation d'un grand nombre d'observations possédant des caractéristiques statistiques semblables à celles de l'échantillon.

- L'identification de la série de données à une population dont les paramètres sont obtenus à partir des observations disponibles. Le choix de cette population est fait alors d'après des critères physiques ou statistiques qui se rapportent au phénomène étudié.

Par ces deux méthodes, le fait d'extrapoler des données ou d'étendre à une longue période des observations relevées en un temps relativement court, entraîne une probabilité d'erreurs d'autant plus grande que les données observées sont peu nombreuses. Pour minimiser ce risque, on peut soit augmenter le nombre d'observations, avec les contraintes économiques que cette action exige, soit utiliser une technologie permettant de maximiser les renseignements obtenus d'après la série de données. On peut simplifier cette dernière méthode par l'emploi de modèles mathématiques.

L'élaboration de ces modèles comporte néanmoins trois étapes fondamentales, soit leur identification, leur étalonnage et leur validation.

La présente recherche présente l'application d'un modèle mathématique pour la simulation de débits extrêmes dans un système hydrographique complexe formé par le fleuve Saint-Laurent et la rivière des Outaouais à leur rencontre en amont de l'île de Montréal. Ce modèle, étalonné à partir d'une série de 17 ans de données de débits journaliers, est établi à partir de l'hypothèse que les débits résiduels des deux cours d'eau, c'est-à-dire les parties de débit qui restent après la soustraction de la composante déterministe, sont indépendants avec un niveau de signification de cinq pour cent.

Comme les débits du fleuve Saint-Laurent sont fortement régularisés à Cornwall, il apparaît que c'est le bassin intermédiaire entre cet endroit et Montréal qui contribue seul à

créer la composante résiduelle sur le fleuve Saint-Laurent.

Les résultats montrent qu'avec une génération de 35 à 50 ans, la stabilité des paramètres estimés pour le modèle semble tout à fait satisfaisante.

ABSTRACT

Scarcity of data brings a complex and difficult problem to hydrologists, especially when data are to be extrapolated beyond limits for estimating the return period of a variable.

Frequently the length of the data series is of a smaller magnitude than the recurrence interval, that is, smaller than the maximum return period necessary to define the variable. Such is the case when it is necessary to evaluate the spill capacity for evacuating a hundred year flood by means of a thirty year period of observation.

Modern technology in the field of computers, has proposed new methods to solve the problem. These methods are:

1 - Simulation of a large number of observations having statistical characteristics similar to those of the sample.

2 - Identification of the data series with a population the parameters of which can be obtained from available observations; the population is then selected according to physical or statistical criteria related to the analysed phenomenon.

Through these two methods, extrapolation of data involves a probability of error which increases as the observed data series decreases. To minimize the risk, one may either increase the number of observations, taking into account associated budgetary problems, or use a method to maximize the information obtained from the data series. This last method can be simplified by using mathematical models.

Elaboration of these models involves three fundamental steps: identification, calibration and validation.

The object of this work is to present the application of a mathematical model to the simulation of extreme flows in a complex hydrological system formed by the confluence of the St. Lawrence and Ottawa Rivers before attaining the Montreal Island. The model, with daily flows over a seventeen year observation period, is based on the hypothesis that the residual flow of the two streams, that is the portion of the flow remaining after subtraction of the determinant element, is independent at the five per cent level of significance.

As the St. Lawrence River flows are almost completely regularized at Cornwall, it appears that the intermediary basin between that site and Montreal is solely responsible for the residual component of the St. Lawrence River.

Proof is given that with a data generation of 35 to 50 years, the stability of estimated parameters for the model is entirely satisfactory.

TABLE DES MATIÈRES

	Page
I. <u>INTRODUCTION</u> . . . . .	1
A) CADRE GÉNÉRAL . . . . .	1
B) DÉFINITION DU PROBLÈME . . . . .	2
C) OBJECTIF DE LA RECHERCHE . . . . .	6
II. <u>MODÈLE DE SIMULATION DES DÉBITS ARRIVANT À MONTRÉAL</u> . . . . .	6
A) DONNÉES . . . . .	6
1 - <u>Fleuve Saint-Laurent</u> . . . . .	11
2 - <u>Rivière des Outaouais</u> . . . . .	13
B) HYPOTHÈSES RELATIVES AUX DÉBITS . . . . .	16
C) IDENTIFICATION DU MODÈLE PROPOSÉ . . . . .	17
D) ÉTALONNAGE DU MODÈLE . . . . .	24
1 - <u>Fonction de densité des probabilités des résidus</u> . . . . .	24
2 - <u>Somme de deux variables aléatoires; fonction de convolution</u> . . . . .	29
3 - <u>Sensibilité de la fonction de distribution des résidus convolués et additionnés</u> . . . . .	31
4 - <u>Modèle de simulation de type gamma</u> . . . . .	38
E) RÉSULTATS . . . . .	39
1 - <u>Validation du modèle</u> . . . . .	40
2 - <u>Étude des débits de crue</u> . . . . .	44
III. <u>CONCLUSION</u> . . . . .	47
IV. <u>RÉFÉRENCES</u> . . . . .	49

SIMULATION  
DES DÉBITS DE CRUE  
À MONTRÉAL

I. INTRODUCTION

A) CADRE GÉNÉRAL

La recherche présentée dans les pages qui suivent consiste en l'élaboration d'un modèle mathématique de simulation des débits extrêmes d'un système hydrographique complexe. Plus précisément, ce modèle tient compte de l'analyse des débits de crue qui surviennent dans la région de Montréal en provenance du fleuve Saint-Laurent lui-même et de son principal affluent, la rivière des Outaouais.

L'intérêt porté à ce type de recherche vient du fait que les inondations causent des dommages importants dans la région de Montréal; le Comité sur la Régularisation des Eaux, Région de Montréal (1976) évalue à \$2,501,000.00 les dommages moyens annuels résultant des inondations (6). De plus, le coût des différentes solutions possibles pour solutionner ce type de problème est très élevé.

Ces deux seuls aspects du problème des inondations font qu'une recherche approfondie des débits de crue s'impo-

se afin d'obtenir une meilleure planification et rationalisation des ouvrages hydrauliques devant atténuer ce phénomène des inondations dans la région de Montréal.

#### B) DÉFINITION DU PROBLÈME

L'analyse des débits de crue qui parviennent à l'île de Montréal constitue un problème particulier à cause des sources différentes de deux apports des eaux à cet endroit.

Le premier et principal apport des eaux vient du fleuve Saint-Laurent qui possède l'un des bassins de drainage les plus étendus en Amérique du Nord. En effet, à la sortie du lac Ontario, le fleuve Saint-Laurent draine un territoire d'environ 777 000 kilomètres carrés, la nappe liquide constituant presque le tiers de cette superficie. Il résulte que le fleuve Saint-Laurent, par sa longueur et sa masse d'eau, constitue l'un des meilleurs et le plus stable système de régularisation d'eau au monde.

La crue du fleuve en aval des Grands Lacs n'a pas de pointe, à proprement parler, et s'étale sur une période de quelques mois. Le débit moyen annuel du fleuve Saint-Laurent est d'environ 6 800 mètres cubes par seconde.

Le deuxième apport, celui de la rivière des Outaouais, provient d'un bassin de 145 000 kilomètres carrés à son en-

trée dans le lac des Deux-Montagnes. Il faut constater cependant que le régime de la rivière des Outaouais a été modifié considérablement durant les dernières décennies; en effet, plusieurs barrages ont été construits qui servent à régulariser le débit des eaux sur une base annuelle pour fin hydro-électrique.

Quoique partiellement régularisée, la rivière des Outaouais connaît une crue annuelle dont la pointe a déjà atteint cinq fois son débit moyen annuel qui est de l'ordre de 2 100 mètres cubes par seconde. La crue annuelle de ce cours d'eau est caractérisée par une pointe qui dure entre 10 et 20 jours. De plus, le débit maximum de la crue ne se produit pas en même temps que celui de la crue du fleuve Saint-Laurent. La figure 1 présente un schéma des hydrogrammes de crue du fleuve Saint-Laurent et de la rivière des Outaouais.

À partir des données fournies par le fleuve Saint-Laurent et par la rivière des Outaouais, il est possible d'évaluer le débit de crue qui se présente au niveau de l'île de Montréal par le lac Saint-Louis et le lac des Deux-Montagnes, ces lacs étant reliés par les chenaux Vaudreuil et Sainte-Anne. En plus, et pour une analyse exhaustive des débits de crue, il faut tenir compte des eaux de la rivière Châteauguay qui se déversent dans le lac Saint-Louis. La figure 2 donne un schéma du réseau hydraulique de la région de Montréal.

FIGURE 1

SCHÉMA DES HYDROGRAMMES DE CRUE DU FLEUVE SAINT-LAURENT ET DE LA RIVIÈRE DES OUTAOUAIS

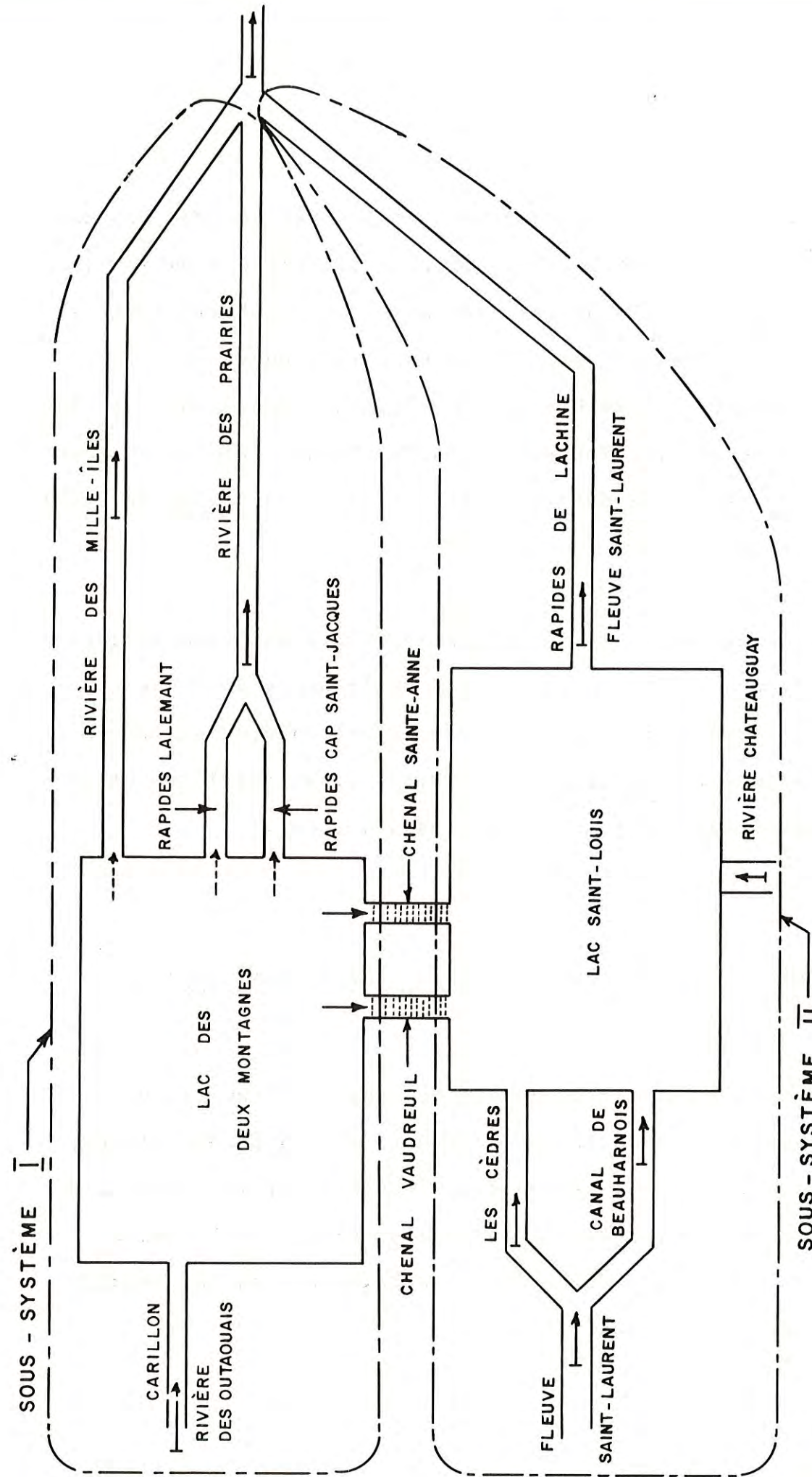
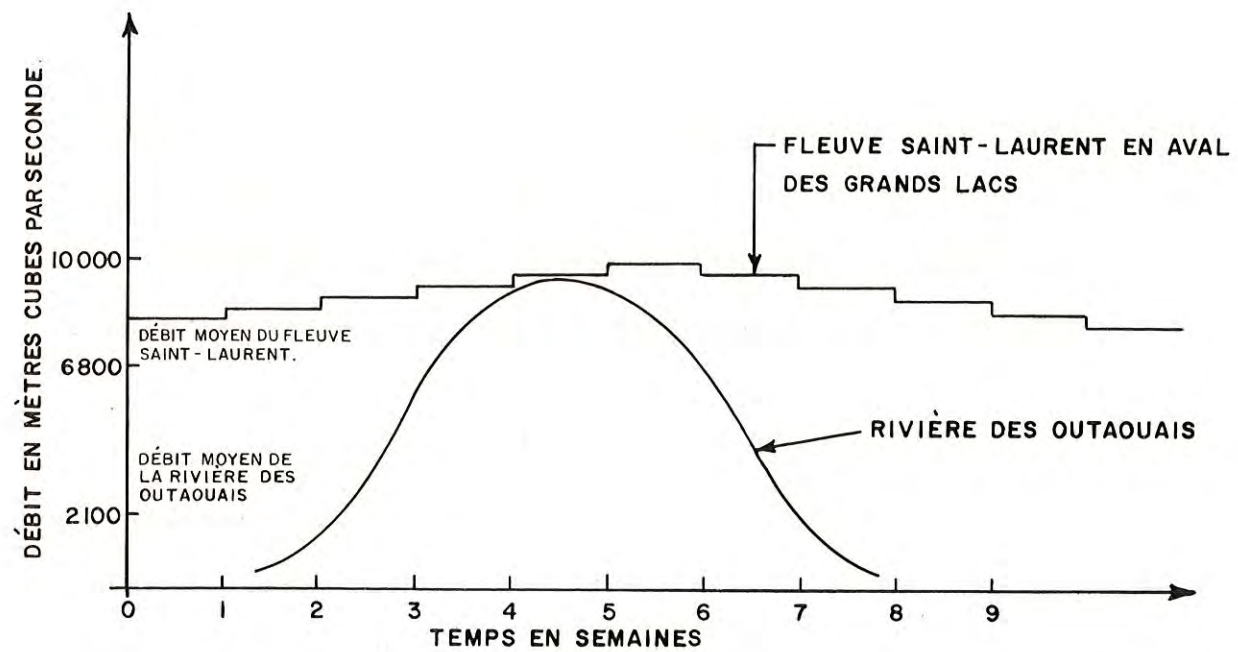


FIG: 2 SCHÉMA DU RÉSEAU HYDRAULIQUE DE LA RÉGION DE MONTRÉAL



## C) OBJECTIF DE LA RECHERCHE

Dans la présente recherche, les débits de crue journaliers du fleuve Saint-Laurent et de la rivière des Outaouais sont analysés pour la période de mars à mai inclusivement laquelle s'étend de 1958 à 1975. A partir de cette série de débits observés, un modèle mathématique de simulation est élaboré afin de générer des séquences de débits, lesquelles serviront à estimer les débits de grande récurrence (50, 100 ans) se présentant à l'île de Montréal.

Par la suite, la loi log Pearson III est ajustée successivement sur les débits de crue de la série observée et des différentes séries générées et ce afin d'étudier la stabilité des débits de grande récurrence ainsi que l'évolution de la limite de confiance (limite supérieure).

II. MODÈLE DE SIMULATION DES DÉBITS ARRIVANT À MONTRÉAL

## A) DONNÉES

Les données hydrologiques se rapportant au fleuve Saint-Laurent et à la rivière des Outaouais sont nombreuses; elles constituent des séries qui s'échelonnent sur plusieurs années et qui sont recueillies depuis au-delà de 50 ans à certaines stations. Elles sont disponibles chez les organismes qui les recueillent, soit:

- a) Environnement Canada
- b) Hydro-Québec
- c) Ministère des Richesses naturelles du Québec
- d) Commission Internationale de Contrôle du Saint-Laurent.

Cependant, ces séries ne sont pas homogènes dans le temps; en effet, le régime des eaux des deux cours d'eau étudiés a subi d'importants changements depuis le début du siècle. En tenant compte des derniers changements majeurs qui ont affecté le régime hydrologique du fleuve Saint-Laurent, soit la mise en application du plan 1958-D (7) et de ses dérivés, les auteurs ont choisi d'utiliser les données observées durant la période de 1958 à 1975. Pour la rivière des Outaouais, ils se doivent d'utiliser les données de la même période, même si un barrage a été érigé à Carillon au début des années 1960; ce barrage, situé à une soixantaine de kilomètres à l'ouest de Montréal, possède une retenue dont la tranche d'emmagasinement pour fin hydro-électrique est de l'ordre de 110 000 000 mètres cubes, ce qui permet une opération en régime de pointe pour quelques heures. En somme, la centrale opère au fil de l'eau et son emmagasinement ne peut influencer de façon significative les résultats de la présente étude. Enfin, les auteurs présument que les conditions observées durant la période mentionnée reflètent un nouveau régime et que les valeurs extrêmes rencontrées dans le passé ne prévaudront plus dans l'avenir.

La figure 3 montre les différents endroits où l'on mesure le débit du fleuve Saint-Laurent et de la rivière des Outaouais dans la région de Montréal; de plus, elle donne un aperçu partiel du bassin intermédiaire de ces deux cours d'eau entre Cornwall, Carillon et Montréal.

Interprétation des différents symboles  
apparaissant en figure 3

1) Localisation des bassins versants:

- A: Bassin versant non jaugé de la rivière Grass (862 km<sup>2</sup>)
- B: Bassin versant non jaugé de la rivière Raquette (280 km<sup>2</sup>)
- C: Bassin versant non jaugé de la rivière Saint-Régis (632 km<sup>2</sup>)
- D: Bassin versant non jaugé de la rivière Salmon (443 km<sup>2</sup>)
- E: Bassin versant du fleuve Saint-Laurent à Cornwall (777,000 km<sup>2</sup>)
- F: Bassin versant de la rivière Raisin (528 km<sup>2</sup>)
- H: Bassin versant de la rivière Baudet (199 km<sup>2</sup>)
- I: Bassin versant de la rivière Delisle (391 km<sup>2</sup>)
- J: Bassin versant de la rivière Rouge (60 km<sup>2</sup>)
- K: Superficie du lac Saint-François, Ile de Valleyfield et tributaires connexes au lac Saint-François (1,075 km<sup>2</sup>)
- L: Bassin versant de la rivière à la Guerre (91 km<sup>2</sup>)
- M: Bassin versant de la rivière Saint-Louis (148 km<sup>2</sup>)



FIGURE 3

RÉGION DE MONTRÉAL

FLEUVE SAINT-LAURENT ET RIVIÈRE DES OUTAOUAIS  
LOCALISATION DES STATIONS DE MESURE DE DÉBITS ET  
APERÇU PARTIEL DU BASSIN INTERMÉDIAIRE EN-  
TRE CORNWALL, CARILLON ET MONTRÉAL.

ÉCHELLE: 1 : 250 000

- N: Bassin versant de la rivière Châteauguay dans la région de son exutoire; le bassin versant total est de 2,453 km<sup>2</sup>
- O: Bassin versant de la rivière Quinchien (38 km<sup>2</sup>)
- P: Bassin versant de la rivière Raquette (139 km<sup>2</sup>)
- Q: Bassin versant de la rivière des Outaouais à Carillon (142,968 km<sup>2</sup>)
- R: Bassin versant de la rivière du Nord dans la région de son exutoire; le bassin total est de 2,214 km<sup>2</sup>)
- S: Superficie partielle du lac des Deux-Montagnes et tributaires connexes au lac (337 km<sup>2</sup>)

2) Localisation des stations de mesure de débits:

- 1: Rivière Grass à Pyrites, N.Y. (station 04265000)
- 2: Rivière Raquette à Raymondville, N.Y. (station 04268000)
- 3: Rivière Saint-Régis à Brasker Center, N.Y. (station 04269000)
- 4: Rivière Salmon à Chasm Falls, N.Y. (station 04270000)
- 5: Fleuve Saint-Laurent à Cornwall (station 001004)
- 6: Fleuve Saint-Laurent à la centrale de Beauharnois (station 001001)
- 7: Fleuve Saint-Laurent à la centrale des Cèdres (station 001002)
- 8: Rivière Châteauguay à 0.3 kilomètres en aval du pont sur la route 36 vers Sainte-Martine (station 030901)
- 9: Rivière des Outaouais à la centrale de Carillon (station 043118)
- 10: Rivière des Outaouais à Grenville (station 043101)
- 11: Rivière du Nord à 4.8 kilomètres en amont du pont de chemin de fer du Canadien National à Saint-Jérôme (station 040110)

- 12: Rivière des Mille Iles au pont-route 335 à Bois-des-Filions (station 043201)
- 13: Rivière des Prairies à la tête du rapide du Cheval blanc (chenal sud) (station 043301)
- 14: Fleuve Saint-Laurent à la tête des rapides de Lachine (station 001003)

1 - Fleuve Saint-Laurent

Les données du fleuve Saint-Laurent sont celles observées à Cornwall à la station 001004; cependant, ces données doivent être modifiées pour tenir compte du bassin intermédiaire du fleuve Saint-Laurent entre Cornwall et Montréal. Le bassin intermédiaire couvre une superficie de 7 951 kilomètres carrés sur le versant sud et 2 253 kilomètres carrés sur le versant nord. On note qu'une superficie d'environ 76 pour cent du bassin intermédiaire total est située aux États-Unis, que 72 pour cent de ce territoire est jaugé et que les données quotidiennes de débit sont disponibles. La répartition des parties jaugées est comme suit:

Rivière	Localité	Station	Superf. totale (en km <sup>2</sup> )	Superf. totale (en km <sup>2</sup> )
Grass	Pyrites, N.Y.	04265000	1730	868
Raquette	Raymondville, N.Y.	04268000	3209	2929
St-Régis	Brasker Center, N.Y.	04269000	2227	1595
Salmon	Chasm Falls, N.Y.	04270000	785	342

Comme les données observées ne sont pas celles mesurées à l'exutoire, les auteurs ont extrapolé les valeurs pour chaque rivière suivant les superficies jaugées par rapport aux superficies totales. Les débits journaliers ont donc été majorés en multipliant respectivement les valeurs observées par les facteurs suivants:

<u>Rivière</u>	<u>Multiplificateur</u>
Grass	1.994
Raquette	1.095
Saint-Régis	1.396
Salmon	2.295

Quant au reste du bassin intermédiaire, composé de cours d'eau de moindre importance et d'une superficie totale de 2 492 kilomètres carrés, son débit total est estimé par comparaison avec le débit de la rivière Châteauguay à la station 030901, située à 0.3 kilomètre en aval du pont sur la route 36 vers Sainte-Martine. À son exutoire dans le lac Saint-Louis, la rivière Châteauguay draine les eaux d'un bassin de 2 543 kilomètres carrés. Ainsi, pour tenir compte de la portion non jaugée du bassin intermédiaire du fleuve Saint-Laurent, ce sont les débits journaliers de la rivière Châteauguay à son exutoire qui sont utilisés. Il faut cependant multiplier les données de débits par 1.033 pour leur restituer leur valeur réelle à l'entrée du lac Saint-Louis,

puis leur appliquer le multiplicateur 0.980.

L'ensemble de ces modifications permet de formuler l'équation qui traduit les débits d'entrée du fleuve Saint-Laurent à l'île de Montréal.

$$Q_{1T} = Q_1 + 1.994 Q_2 + 1.095 Q_3 + 1.396 Q_4 + 2.295 Q_5 + 0.980 Q_6 + 1.033 Q_7 \quad (1)$$

où

$Q_{1T}$  = débit total du fleuve Saint-Laurent arrivant à Montréal

$Q_1$  = débit du fleuve Saint-Laurent à Cornwall, station 001004

$Q_2$  = débit de la rivière Grass, à la station 04265000

$Q_3$  = débit de la rivière Raquette, à la station 04268000

$Q_4$  = débit de la rivière Saint-Régis, à la station 04269000

$Q_5$  = débit de la rivière Salmon, à la station 04270000

$Q_6$  = débit de la rivière Châteauguay à son entrée dans le lac Saint-Louis pour tenir compte du bassin intermédiaire non-jaugé du fleuve Saint-Laurent

$Q_7$  = débit de la rivière Châteauguay à la station 030901

## 2 - Rivière des Outaouais

Avant de déterminer les données qui seront utilisées dans le cas de la rivière des Outaouais, il faut calculer le bilan hydrique de toute la masse d'eau passant par Montréal. Triquet (1973) a montré que les débits d'entrée dans la ré-

gion de Montréal semblaient inférieurs aux débits de sortie, particulièrement en période de crue (14). En 1974, Poulin confirme cette hypothèse après une étude du bilan hydrique annuel de cette région pour la période allant de 1963 à 1972 (11). L'étude faite d'après les valeurs mensuelles de débit a apporté les mêmes conclusions sauf que ces valeurs ont montré un écart plus accentué en période de crue.

Après une nouvelle étude du bilan hydrique, de la région de Montréal en 1976, Poulin suggère de majorer de 10 pour cent les débits de la rivière des Outaouais à Carillon et d'observer à Cornwall les débits du fleuve Saint-Laurent (12). Les débits mesurés à ce dernier endroit sont modifiés par une constante qui tient compte des effets du bassin intermédiaire entre Cornwall et le lac Saint-Louis. Les calculs faits pour la période de 1963 à 1973 ont prouvé que les débits annuels de sortie ont été en moyenne de 0.5 pour cent supérieurs aux débits d'entrée avec des écarts variant de moins 2.4 pour cent à plus 2.4 pour cent. Donc, tous les débits provenant de la centrale de Carillon sont majorés de 10 pour cent, c'est-à-dire pour la période de 1962 à 1975.

Pour la période de 1958 à 1962, les débits proviennent de deux sources différentes:

- de 1958 à 1960, ils sont observés à la station 043101 à Grenville où le bassin de drainage est sensiblement le même que celui mesuré à Caril-

lon; à cette station, il s'agit de lectures provenant d'une courbe niveau-débit ajustée à partir de jaugeages successifs.

- de 1960 à 1962, les données sont tirées d'une étude faite sous la direction de Carpentier (1975)(3). En 1960, au début de la construction de la centrale de Carillon, la section de contrôle fut noyée à Grenville et c'est ainsi que durant une période de 22 mois, aucune mesure de débit ne fut enregistrée. Afin de suppléer à ce manque d'information, les valeurs de débits ont été reconstituées à partir des débits spécifiques des tributaires les plus importants de la rivière des Outaouais où existent des stations de mesure.

Quant au bassin intermédiaire de la rivière des Outaouais entre Carillon et le lac des Deux-Montagnes, il comprend une superficie de 1 048 kilomètres carrés et l'apport de ce bassin a été estimé par comparaison avec le bassin versant de la rivière Châteauguay à son exutoire. Le rapport est de 0.411.

Il est également nécessaire de tenir compte du bassin de la rivière du Nord; cette rivière déverse ses eaux à quelque 20 kilomètres en aval de la centrale de Carillon et draine une superficie de 2 214 kilomètres carrés à son exutoire dans la rivière des Outaouais. La rivière du Nord possède une station de jaugeage (040110) située à 4.8 kilomètres en amont du pont de chemin de fer du Canadien National à Saint-Jérôme. À cet endroit existe un bassin de drainage d'une superficie de 1 168 kilomètres carrés. Comme il a été fait précédemment, les données de débit de cette rivière sont transposées à l'exutoire suivant le rapport des superficies

des bassins. Le multiplicateur utilisé est de 1.896.

Il est donc possible maintenant de définir l'équation qui traduit les débits de la rivière des Outaouais qui arrivent à l'île de Montréal.

$$Q_{2T} = Q_1 + 1.896 Q_2 + 0.411 Q_3 \quad (2)$$

où

- $Q_{2T}$  = débit total de la rivière des Outaouais arrivant à Montréal
- $Q_1$  = débit de la rivière des Outaouais, à la station 043101 (1958-1960)
- $Q_1$  = débits reconstitués à Carillon (1960-1962)
- $Q_1$  = 1.1  $Q_0$ ;  $Q_0$  étant le débit de la rivière des Outaouais à Carillon, station 043118 (1962-1975)
- $Q_2$  = débit de la rivière du Nord à la station 040110
- $Q_3$  = débit de la rivière Châteauguay à son entrée dans le lac Saint-Louis lequel est égal à 1.033  $Q_4$ ;  $Q_4$  était le débit de la rivière Châteauguay à la station 030901

#### B) HYPOTHÈSES RELATIVES AUX DÉBITS

Avant d'analyser les débits de crue arrivant à Montréal, les hypothèses suivantes sont formulées:

- l'emménagement créé par le bief amont de la centrale de Carillon est négligeable;
- la capacité du laminage du lac Saint-François est également négligeable;
- le temps de parcours du débit du fleuve Saint-Lau-

rent entre Cornwall et le lac Saint-Louis est le même que celui couvrant la distance entre Carillon et le lac des Deux-Montagnes.

De cette dernière hypothèse, il découle que les débits du fleuve Saint-Laurent et de la rivière des Outaouais arrivent simultanément à Montréal.

#### C) IDENTIFICATION DU MODÈLE PROPOSÉ

La plupart des phénomènes hydrologiques comme, par exemple, celui du débit d'une rivière, sont formés de deux composantes principales:

- a) une partie déterministe (par exemple, cycle saisonnier);
- b) une partie aléatoire ayant une fonction de répartition particulière.

Dans un modèle de simulation, on suppose que la partie déterministe est constante dans le temps, c'est-à-dire que les différentes composantes (tendances, cycles, etc.) ne changeront pas dans le futur ou que les changements éventuels sont prévisibles. De plus, la composante aléatoire des données générées a la même fonction de distribution que celle de l'échantillon mesuré.

Dans la présente recherche, la partie déterministe a

été fixée comme étant la moyenne des débits journaliers du mois, ce qui est en somme le débit mensuel; ces débits apparaissent au tableau I pour le fleuve Saint-Laurent et au tableau II pour la rivière des Outaouais. Ils ont été complétés à partir des équations 1 et 2 définies précédemment.

Le débit journalier résiduel ou aléatoire a été défini dans les deux cas par:

$$x_{ij} = \frac{y_{ij} - m_i}{s_i}$$

où

$y_{ij}$  = débit du jour  $j$  du mois  $i$

$m_i$  = débit mensuel du mois  $i$

$s_i$  = écart type des débits du mois  $i$

$x_{ij}$  = débit résiduel du jour  $j$  du mois  $i$

Pour l'année, l'indice  $i$  réfère au mois et varie de 1 à 3 (mars, avril et mai), tandis que l'indice  $j$  se rapporte au jour et par conséquent, il prend les valeurs de 1 à 30 ou 31 dépendant de la longueur du mois.

Le processus se répète ainsi pour le nombre d'années considérées, soit 17, définissant par le fait même une chaîne de débits résiduels comportant 1 564 valeurs.

TABLEAU I - DÉBITS MENSUELS OBSERVÉS DU FLEUVE SAINT-LAURENT  
À SON ENTRÉE DANS LE LAC SAINT-LOUIS

(en mètres cubes/seconde)

Année	Mois		
	mars	avril	mai
1958	6230	7210	6748
1959	5711	7399	7308
1960	6439	7833	7693
1961	6238	6695	7306
1962	6018	6028	5810
1963	5788	6133	5654
1964	5841	5475	5436
1965	5224	5488	5148
1966	7056	6963	6229
1967	6288	6548	6473
1968	7124	7752	7207
1969	7500	8326	8185
1970	6904	7441	7373
1971	7697	8562	8790
1972	7442	8510	8798
1973	9180	9736	9932
1974	9007	9557	9145

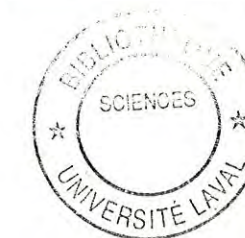


TABLEAU II - DÉBITS MENSUELS OBSERVÉS DE LA RIVIÈRE DES OUTAOUAIS À SON ENTRÉE DANS LE LAC DES DEUX-MONTAGNES

(en mètres cubes/seconde)

Année	Mois		
	mars	avril	mai
1958	2430	3504	1949
1959	1525	3541	2920
1960	1984	5241	6138
1961	1645	3016	2795
1962	1904	3855	3485
1963	1239	3633	2737
1964	2045	2986	2527
1965	1603	2404	3218
1966	3006	3614	2978
1967	1958	4834	4365
1968	2627	3930	2032
1969	1857	3799	3966
1970	1745	3379	3965
1971	1668	3913	3986
1972	1407	3524	5362
1973	4105	4626	4168
1974	2621	4553	7070

Les caractéristiques de ces résidus sont les suivantes pour chacun des cours d'eau:

Caractéristiques	Fleuve Saint-Laurent	Rivière des Outaouais
- moyenne	0.0000	0.0000
- variance	1.0000	1.0000
- écart type	1.0000	1.0000
- coef.d'asymétrie	0.2158	0.2784
- coef.d'aplatissement	3.0061	3.0123
- plus petite valeur négative	2.93686	3.396346

Les vecteurs des débits résiduels du fleuve Saint-Laurent et de la rivière des Outaouais sont composés de 1 564 valeurs placées dans l'ordre chronologique; cependant, il n'est pas possible de définir un seul coefficient de corrélation croisée dans l'ordre chronologique et ce, pour chaque déphasage, car chaque bloc de 92 jours (mars à mai inclusivement) demeure fermé d'une année à l'autre. Ainsi, on obtient une famille de coefficients de corrélation croisée dont la moyenne arithmétique peut être estimée. La figure 4 donne un aperçu du corrélogramme obtenu; la partie de gauche, c'est-à-dire celle pour un déphasage négatif, a été négligée.

La valeur maximale obtenue est  $r_0 = 0.383$ , valeur



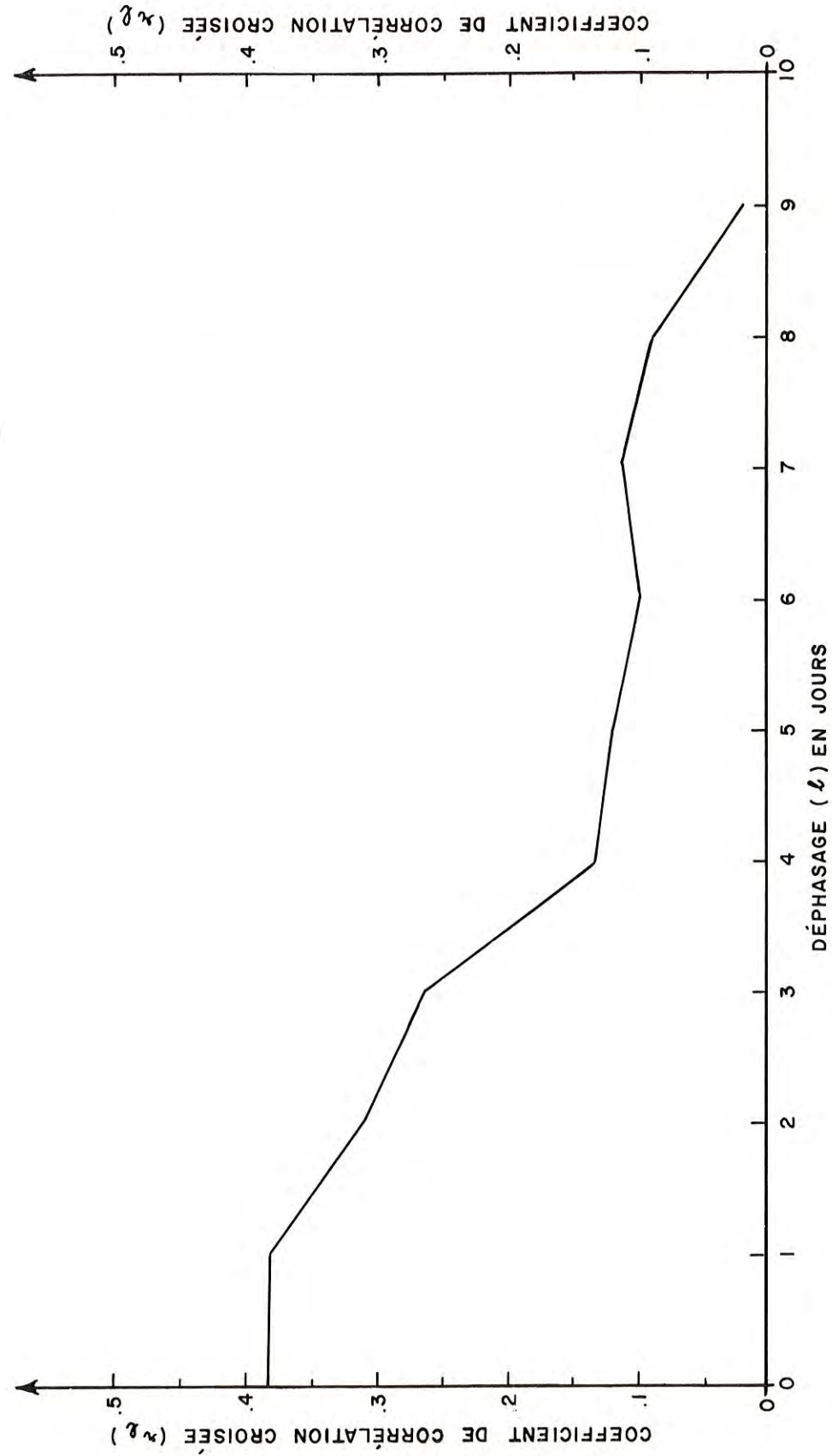


FIG. 4 CORRÉLOGRAMME MONTRANT L'ÉVOLUTION DU COEFFICIENT DE CORRÉLATION CROISÉE ENTRE LES RÉSIDUS DU FLEUVE SAINT-LAURENT ET CEUX DE LA RIVIÈRE DES OUTAOUAIS EN FONCTION DU DÉPHASAGE.

relativement faible qui justifie l'hypothèse d'indépendance que l'on a considérée dans cette étude. On doit signaler cependant que cette hypothèse d'indépendance est rejetée par le test d'Anderson (1941) pour des niveaux de signification normaux (90, 95 ou même 99%) (1). Mais ceci est dû au fait que le nombre de valeurs (1 564) est très grand, ce qui conduit à un test excessivement rigoureux.

L'hypothèse admise ci-haut nous amène donc à définir la fonction de densité des probabilités de résidus du fleuve Saint-Laurent et de la rivière des Outaouais et d'effectuer la convolution de ces deux fonctions afin d'obtenir la fonction de densité des probabilités conjointes nécessaires à l'élaboration du modèle mathématique.

Par ailleurs, le cas  $r_0 = 1$ , représentant une dépendance parfaite entre les résidus, est utilisé pour vérifier la sensibilité de l'hypothèse d'indépendance; suivant cette approche, les résidus du fleuve Saint-Laurent et ceux de la rivière des Outaouais sont additionnés et la fonction de distribution est déterminée; enfin cette fonction est comparée avec celle obtenue dans le cas de l'indépendance des résidus d'après le test de Kolmogorov-Smirnov.

## D) ÉTALONNAGE DU MODÈLE

1 - Fonction de densité des probabilités des résidus

L'analyse des résidus du fleuve Saint-Laurent et de la rivière des Outaouais d'après les statistiques développées par Chakravarti et al (1967) montre dans les deux cas que ceux-ci n'appartiennent pas à une population normale, mais plutôt à une population asymétrique vers la gauche avec une pointe légèrement plus aplatie que la courbe de Gauss (4). Pour ajuster une fonction de densité des probabilités aux deux échantillons, la loi gamma à deux paramètres a été utilisée.

Cette fonction est définie uniquement dans la région positive de la variable et elle s'exprime comme suit:

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{x}{2g}} \frac{h}{2} x^{\frac{h}{2}-1}}{(2g)^{\frac{h}{2}} \Gamma(\frac{h}{2})} \quad \text{pour } x \geq 0$$

$$= 0 \quad \text{partout ailleurs}$$

La fonction a deux paramètres:  $g$ , paramètre d'échelle et  $h$ , nombre effectif de degré de liberté. Elle est assez facilement utilisable au point de vue mathématique, mais à cause du nombre réduit de ses paramètres, elle est assez rigide.

L'estimation des paramètres  $g$  et  $h$  peut se faire de deux façons:

- a) la méthode des moments
- b) la méthode du maximum de vraisemblance.

Dans la présente recherche les deux méthodes donnent les mêmes résultats; par contre, la méthode du maximum de vraisemblance demande plus de calculs étant donné le processus itératif exigé avant d'en arriver au système d'équations pour la détermination des paramètres  $g$  et  $h$ .

Mais avant d'ajuster une loi gamma représentant la fonction de densité des probabilités des résidus, il faut procéder à un changement de variable; c'est-à-dire qu'aux vecteurs on additionne leur plus petite valeur négative en terme absolu. En effectuant cette opération, il est évident que la moyenne des résidus devient pour le fleuve Saint-Laurent: 2.93686 et pour la rivière des Outaouais: 3.39634. À partir de maintenant, on peut donc estimer la valeur des paramètres  $g$  et  $h$ ; les valeurs de ces paramètres sont les suivantes:

	<u>Fleuve Saint-Laurent</u>	<u>Rivière des Outaouais</u>
$g$	0.1706	0.1475
$h$	17.1801	23.0162

et les fonctions de densité des probabilités correspondantes sont :

a) pour les résidus du fleuve Saint-Laurent :

$$f(x) = .6064 e^{-2.93083x} x^{7.59005} \quad \text{pour } x \geq 0$$

$$= 0 \quad \text{partout ailleurs}$$

b) pour les résidus de la rivière des Outaouais :

$$g(x) = .10408 e^{-3.39883x} x^{10.5081} \quad \text{pour } x \geq 0$$

$$= 0 \quad \text{partout ailleurs}$$

L'intégrale de chacune de ces deux courbes donne les fonctions de distribution  $F(x)$  et  $G(x)$  des résidus du fleuve Saint-Laurent et de ceux de la rivière des Outaouais. Comme la fonction gamma à deux paramètres est difficile à intégrer, la méthode de Simpson a été employée pour estimer la fonction de distribution des résidus; cette méthode est relativement précise à condition de choisir un intervalle assez petit. Les figures 5 et 6 montrent la fonction de densité des probabilités et la fonction de distribution des résidus du fleuve Saint-Laurent et de la rivière des Outaouais.

Afin de vérifier si la population estimée représente bien les caractéristiques de l'échantillon étudié, les auteurs ont comparé les moments à l'origine d'ordre supérieur de l'échantillon et de la population. Il est évident que les deux premiers moments à l'origine de la population seront les

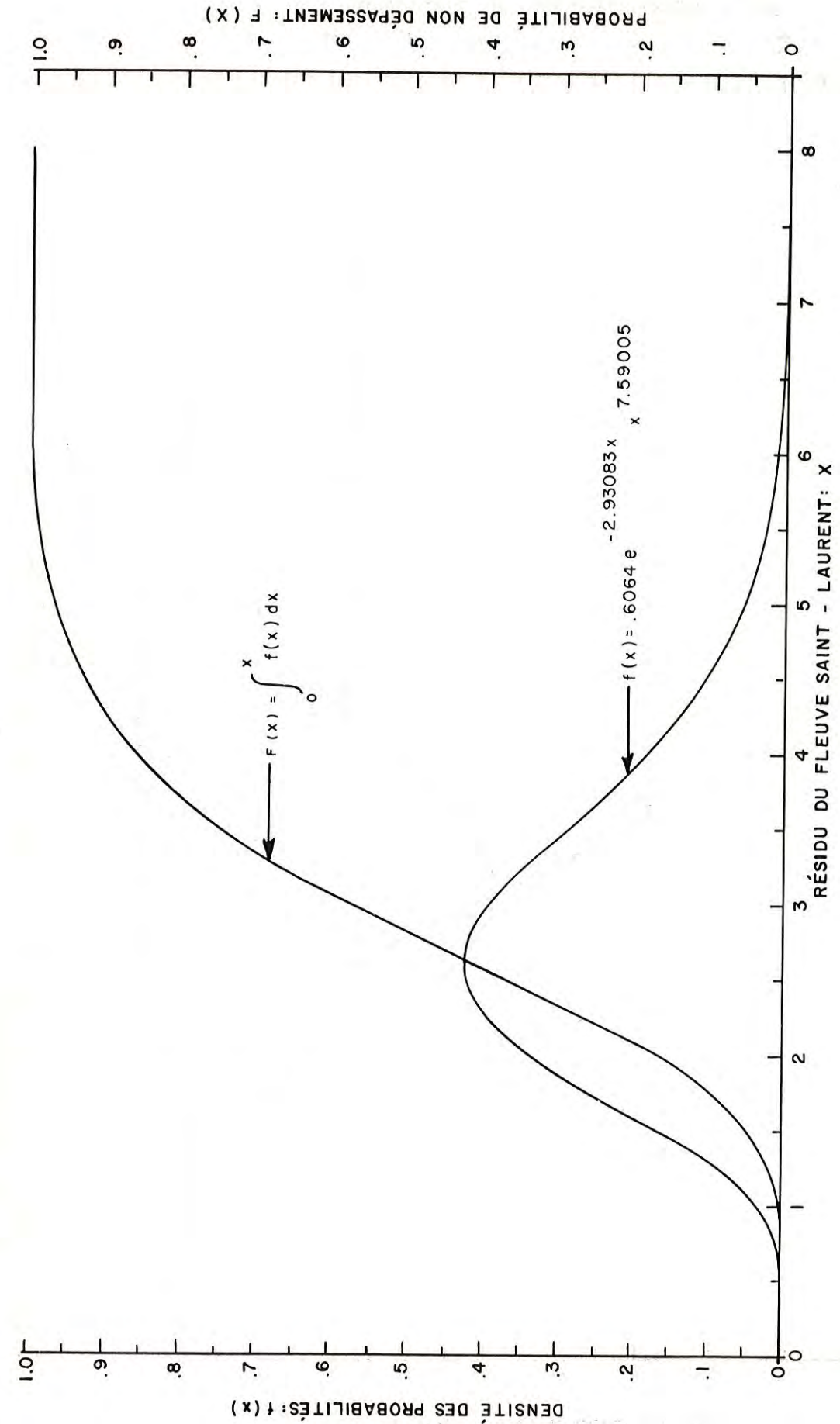


FIG. 5 FONCTION DE DISTRIBUTION ET FONCTION DE DENSITÉ DES PROBABILITÉS DES RÉSIDUS DU FLEUVE SAINT - LAURENT.

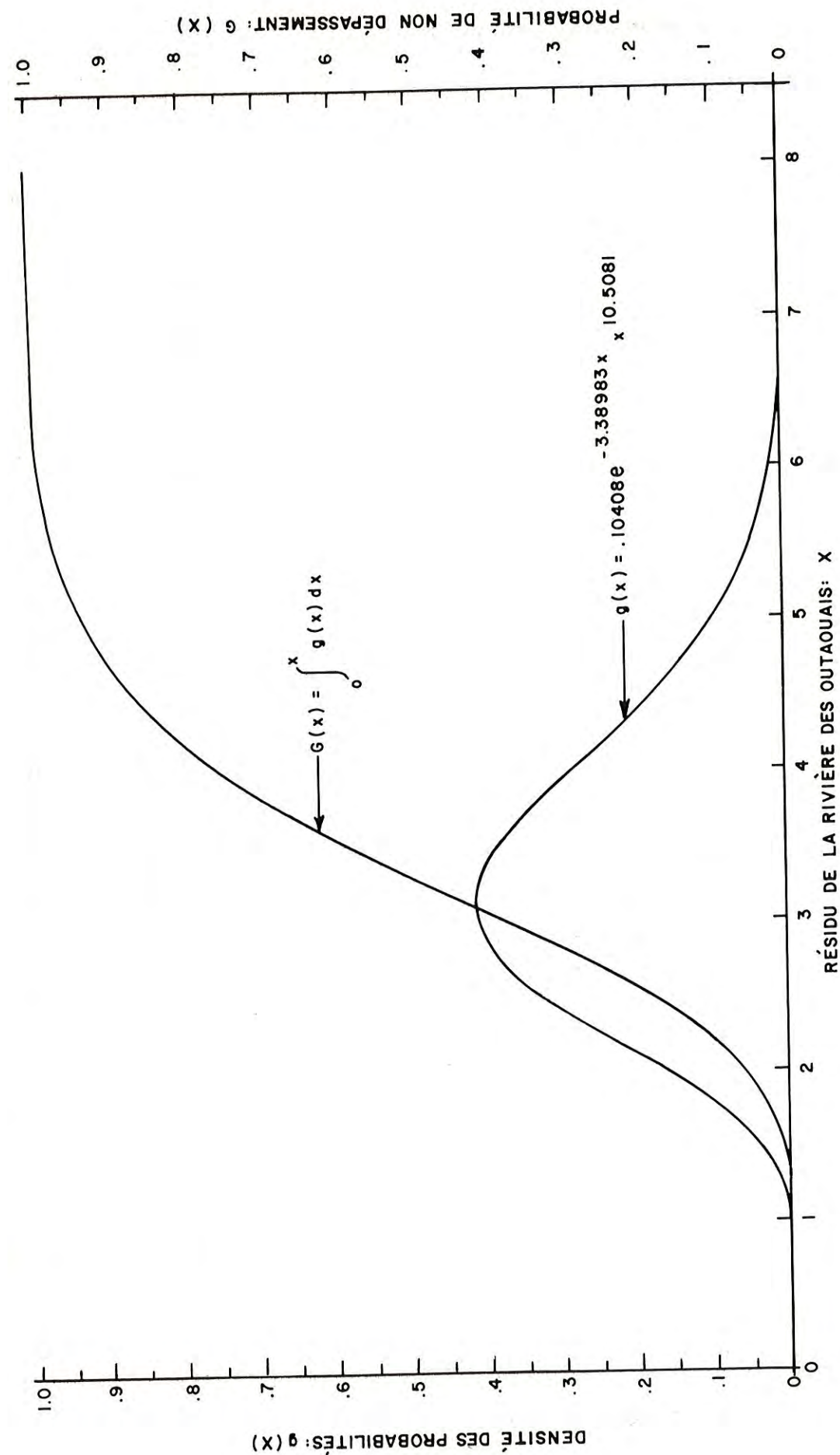


FIG. 6 FONCTION DE DISTRIBUTION ET FONCTION DE DENSITÉ DES PROBABILITÉS DES RÉSIDUS DE LA RIVIÈRE DES OUTAOUAIS.

mêmes que ceux de l'échantillon, car l'estimation des paramètres  $g$  et  $h$  de la population a été faite à partir des deux premiers moments à l'origine de l'échantillon; dans les deux cas, il n'y a pas tellement de différence entre ceux de la population et ceux de l'échantillon; par exemple, pour les résidus de la rivière des Outaouais, les moments sont les suivants:

Moments par rapport à l'origine:  $\mu'_i$

	<u>Échantillon</u>	<u>Population</u>
$\mu'_1$	3.3948	3.3948
$\mu'_2$	12.5336	12.5260
$\mu'_3$	49.6383	49.9170
$\mu'_4$	209.0422	213.6380

L'écart entre les moments d'ordre supérieur demeure relativement faible et on peut affirmer que la population estimée représente bien l'échantillon étudié.

2 - Somme de deux variables aléatoires; fonction de convolution

Le premier coefficient d'autocorrélation croisée calculé  $r_0 = 0.383$  a été considéré comme étant suffisamment petit pour justifier l'hypothèse que les résidus du fleuve Saint-Laurent et ceux de la rivière des Outaouais sont indépendants. Dans ces conditions la fonction de densité des

probabilités conjointes des fonctions  $f(x)$  et  $g(x)$  est la convolution de ces deux fonctions.

Donc,

$$h(x) = f(x) * g(x)$$

où \* signifie l'opération de convolution.

Il est très difficile d'obtenir analytiquement l'expression exacte de la convolution de ces deux fonctions. En pratique, on discrétise les fonctions en choisissant un intervalle relativement petit et on procède numériquement; des programmes sur ordinateurs existent à cet effet. Dans le cas actuel, les auteurs ont utilisé un programme mis au point dans le rapport scientifique GCS-74-07-01 du département de Génie Civil de l'Université Laval (9).

La fonction de densité des probabilités résultant de la convolution de  $f(x)$  avec  $g(x)$  a été analysée et une fonction  $h(x)$  a été ajustée sur la fonction discrétisée. Cette fonction de type gamma à deux paramètres est la suivante:

$$h(x) = 9.21735 \times 10^{-8} e^{-3.14338x} x^{18.8714} \text{ pour } x \geq 0$$

$$= 0 \text{ partout ailleurs}$$

Elle respecte les deux propriétés fondamentales de la convolution:

a) sa moyenne est la somme arithmétique des moyennes de  $f(x)$  et de  $g(x)$  ;

b) sa variance est la somme arithmétique des variances de  $f(x)$  et de  $g(x)$  .

La figure 7 montre la fonction  $h(x)$  obtenue par convolution de la fonction de densité des probabilités des résidus du fleuve Saint-Laurent avec celle des résidus de la rivière des Outaouais; elle indique également la fonction de distribution qui a été obtenue par une approximation suivant la formule de Simpson.

Les paramètres de cette fonction, estimés par la méthode des moments, sont les suivants:

$$g = 0.15906$$

$$h = 39.7428$$

### 3 - Sensibilité de la fonction de distribution des résidus convolués et additionnés

Avant de générer une série de résidus appartenant à une distribution gamma, il est intéressant de vérifier la sensibilité de l'hypothèse émise au départ, à savoir que les résidus du fleuve Saint-Laurent et ceux de la rivière des Outaouais étaient indépendants entre eux. Pour ce faire, le cas a été analysé pour lequel les résidus sont parfaitement

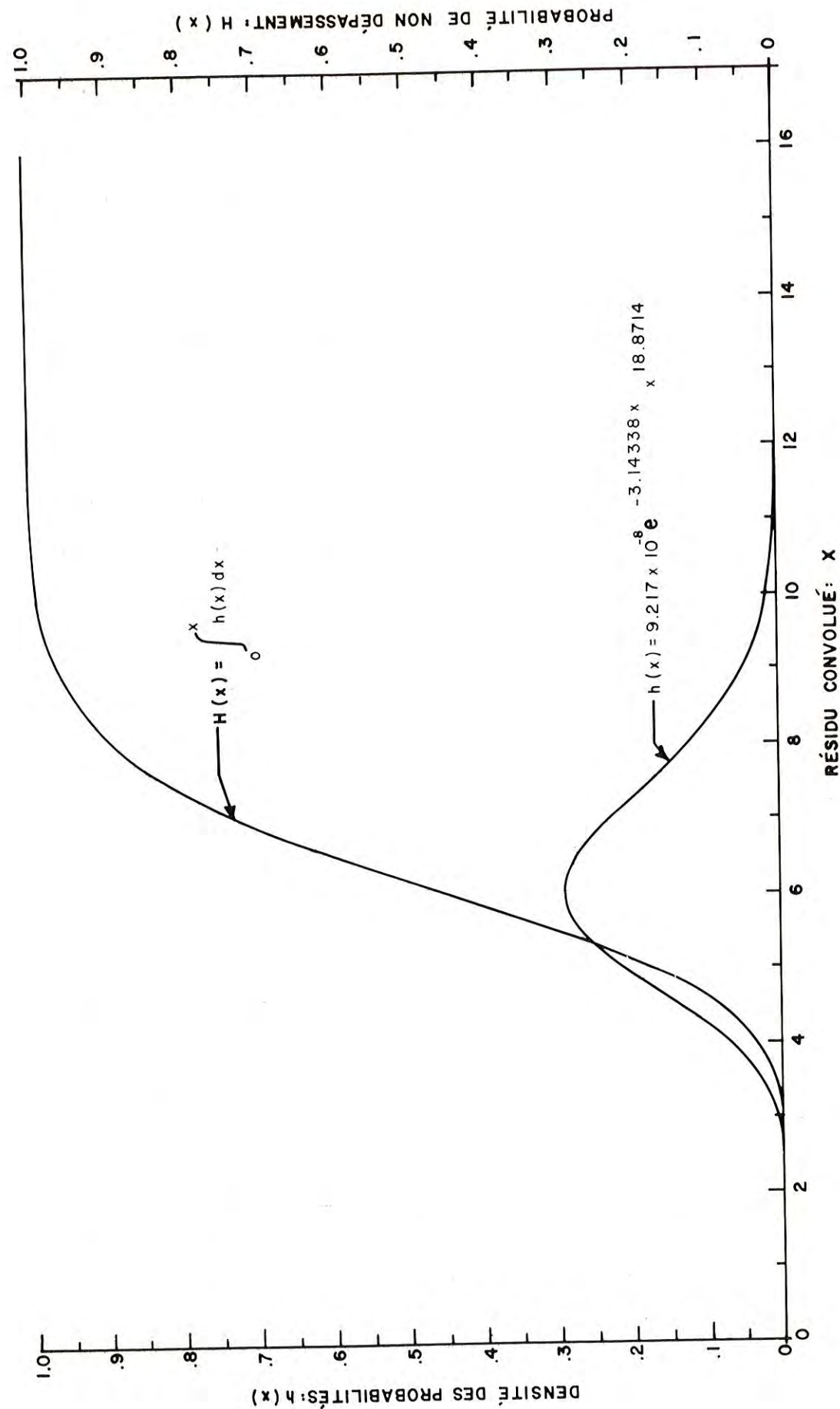


FIG. 7 FONCTION DE DISTRIBUTION ET FONCTION DE DENSITÉ DES PROBABILITÉS RÉSULTANT DE LA CONVOLUTION DE LA FONCTION DE DENSITÉ DES PROBABILITÉS DES RÉSIDUS DU FLEUVE SAINT - LAURENT ET DE LA FONCTION DE DENSITÉ DES PROBABILITÉS DES RÉSIDUS DE LA RIVIÈRE DES OUTAOUAIS.

correlés entre eux, c'est-à-dire le cas où  $r_0 = 1$ . Donc, les résidus du fleuve Saint-Laurent et ceux de la rivière des Outaouais ont été additionnés et l'étude statistique a été faite de cette série dont les résultats apparaissent ci-dessous:

- moyenne	0.0000
- variance	2.7652
- écart type	1.6629
- coef. d'asymétrie	0.2611
- coef. d'aplatissement	2.8986
- plus petite valeur négative	5.2631

Comme précédemment, une loi gamma à deux paramètres a été ajustée sur l'échantillon pour déterminer sa fonction de densité des probabilités; cette fonction est:

$$q(x) = .001708 e^{-1.89674x} x^{8.98277} \text{ pour } x \geq 0$$

$$= 0 \text{ partout ailleurs}$$

La figure 8 montre cette fonction de densité des probabilités des résidus additionnés ainsi que la fonction de distribution obtenue par une approximation d'après la formule de Simpson.

Afin de vérifier si deux échantillons appartiennent à une même population, on peut employer le test de Kolmogorov-

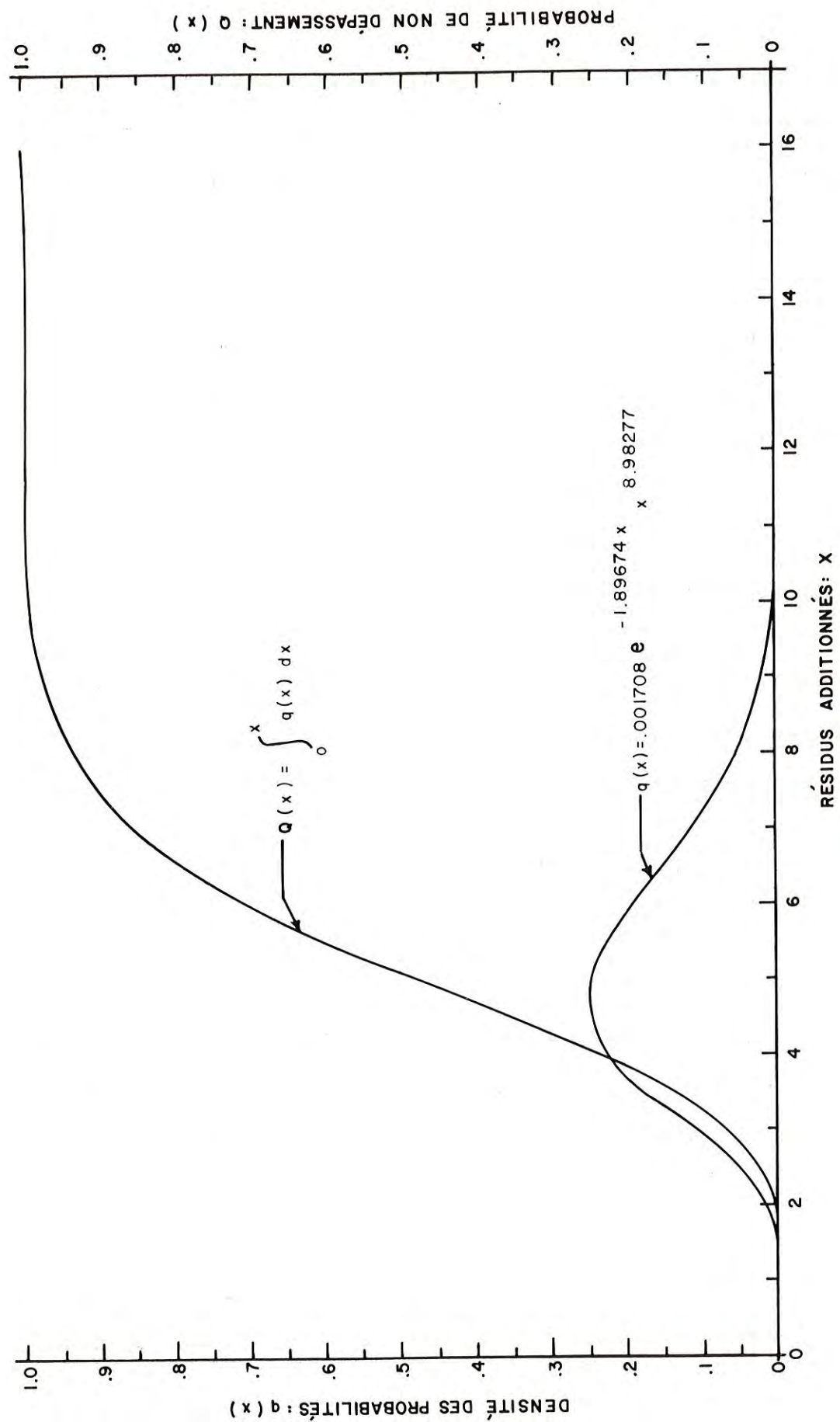


FIG. 8 FONCTION DE DISTRIBUTION ET FONCTION DE DENSITÉ DES PROBABILITÉS RÉSULTANT DE L'ADDITION DES RÉSIDUS DU FLEUVE SAINT - LAURENT ET DE LA RIVIÈRE DES OUTAOUAIS.

Smirnov. Dans un sens plus large, ce test peut aussi servir à comparer deux populations quelconques et à examiner si l'une diffère de l'autre avec un degré de signification choisi. À cette fin, la fonction de distribution des résidus additionnés  $Q(x)$  est comparée avec la fonction de distribution des résidus convolués  $H(x)$ . Mais avant de procéder à cette comparaison, il faut faire un changement de variable aux fonctions  $H(x)$  et  $Q(x)$  suivant le premier moment à l'origine de chacune de ces fonctions afin d'avoir un point commun de comparaison qui est le point d'abscisse zéro. En somme, cette opération est l'inverse de celle qui a été faite précédemment afin d'ajuster une loi gamma à deux paramètres aux résidus du fleuve Saint-Laurent et de la rivière des Outaouais.

Alors:

$$H(y) = H(x - \mu'_1) = H(x - 6.3216)$$

$$Q(y) = Q(x - \mu'_1) = Q(x - 5.2631)$$

où  $\mu'_1$  est le premier moment à l'origine des fonctions  $H(x)$  et  $Q(x)$ .

La figure 9 montre ces fonctions  $H(y)$  et  $Q(y)$ .

Étant donné que cette recherche porte sur les débits maxima journaliers, il est évident que la plus grande contribution de la partie aléatoire provient de celle où les rési-

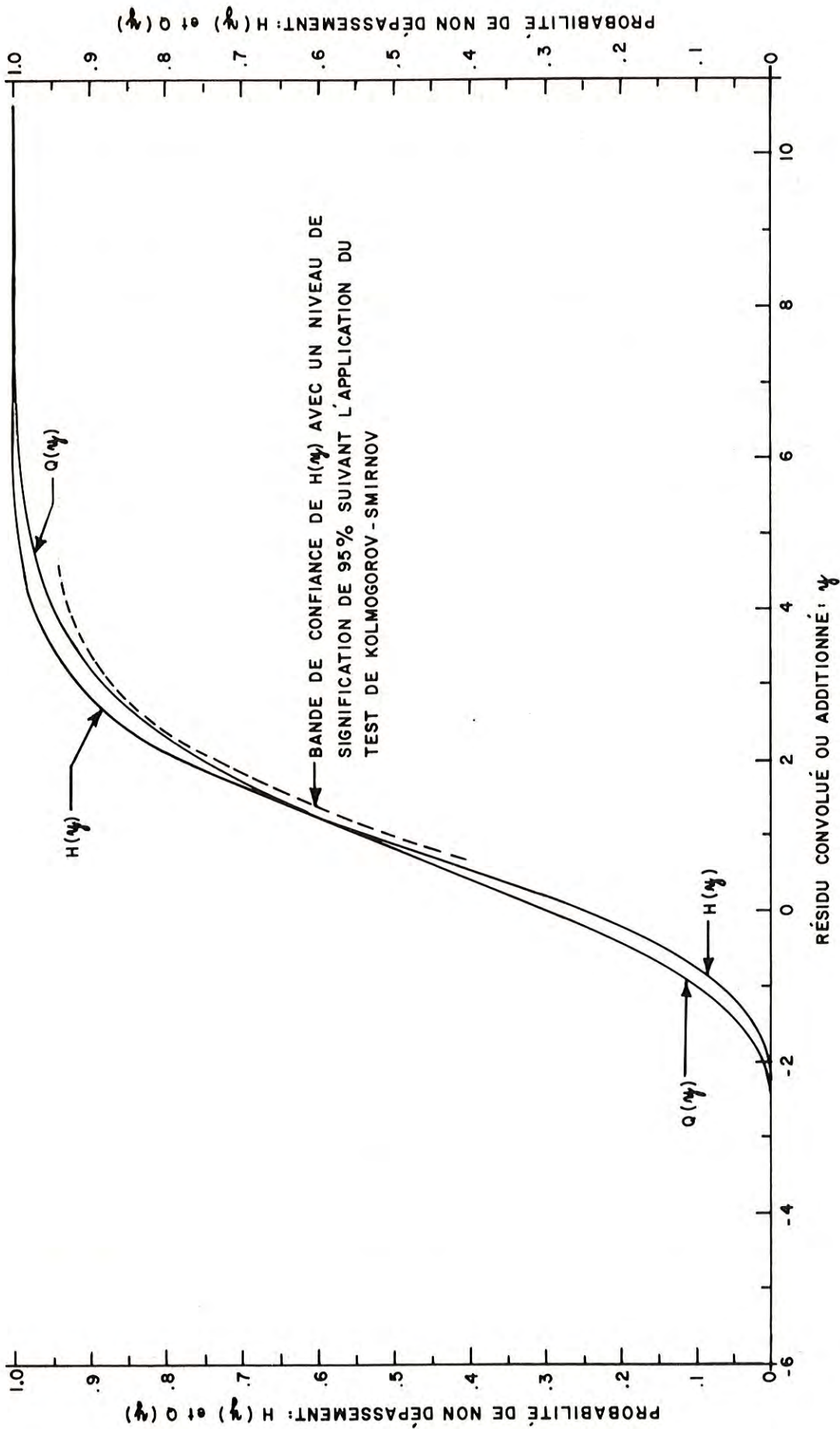


FIG. 9 SENSIBILITÉ DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION  $[H(y)]$  DES RÉSIDUS CONVOLUÉS EN REGARD DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION  $[Q(y)]$  DES RÉSIDUS ADDITIONNÉS.

us sont grands; à cette fin, seule la dernière partie de la courbe est étudiée; on considère le cas où:

$$H(y) = P(Y \geq y) \geq .50$$

$$Q(y) = P(Y \geq y) \geq .50$$

En utilisant le test de Kolmogorov-Smirnov avec un niveau de signification de 95 pour cent et en tenant compte de la taille des échantillons (1 564 valeurs) qui ont servi à établir les fonctions de distribution, les auteurs déterminent la limite inférieure de confiance de la fonction  $H(y)$ . Par ailleurs, la fonction de distribution des résidus additionnés tombe à l'intérieur de la bande de confiance formée par la fonction de distribution  $H(y)$  et sa limite inférieure. De plus, comme le premier coefficient d'autocorrélation croisée entre les résidus est évalué à 0.383, la fonction de distribution réelle de ces résidus se rapproche davantage du cas hypothétique considéré, soit  $r_0 = 0$ .

En définitive, les auteurs concluent que l'hypothèse émise au départ, à savoir que les résidus du fleuve Saint-Laurent et ceux de la rivière des Outaouais sont indépendants entre eux, s'avère juste et raisonnable. En somme, il s'agit de générer des séries aléatoires appartenant à la fonction de densité des probabilités des résidus convolués.



4 - Modèle de simulation de type gamma

Le modèle de simulation dont il est question dans cette étude est une application de la méthode de Monte-Carlo développée par Shreider (1962) (13).

Suivant cette méthode, les étapes pour générer des nombres d'une série gamma dont les caractéristiques sont celles appartenant à la fonction de densité des probabilités des résidus convolués sont les suivantes:

- a) génération d'une série uniforme, dans l'intervalle (0, 1);
- b) génération d'une série normale standardisée;
- c) génération d'une série gamma.

Diverses techniques peuvent être employées pour générer les séries mentionnées ci-haut; dans la présente étude, les séries ont été développées au moyen de techniques connues de génération des nombres pseudo-aléatoires sur les ordinateurs (Moshwan, 1967) (10), (Kite and Pentland, 1971) (8).

Finalement, la série gamma est transformée afin que les résidus  $\epsilon$  formant la série aient les mêmes caractéristiques que la fonction de densité des probabilités des résidus convolués. Ainsi, il est possible de générer des séquences de débits journaliers d'après la relation suivante:

$$Q_j = (Q_s + Q_o) + \epsilon_j (E_s + E_o) \quad (3)$$

où

$Q_j$  = débit à la sortie du système (débit formé par l'addition des débits du fleuve Saint-Laurent et ceux de la rivière des Outaouais);

$Q_s$  et  $Q_o$  = composantes déterministes du débit du fleuve Saint-Laurent et de celui de la rivière des Outaouais;

$E_s$  et  $E_o$  = écarts types du débit du fleuve Saint-Laurent et de celui de la rivière des Outaouais;

$\epsilon_j$  = composante aléatoire formée par la convolution entre les débits résiduels du fleuve Saint-Laurent et ceux de la rivière des Outaouais.

C'est justement cette composante aléatoire que le modèle génère afin de reconstituer des séries de débits.

E) RÉSULTATS

À partir du modèle, quatre séquences de débits journaliers dont la longueur est de 17 ans, soit 93 valeurs par année couvrant les mois de mars, d'avril et de mai, ont été simulés à partir de l'équation (3). On doit noter que le mois d'avril a été considéré dans la simulation comme ayant 31 jours.

Le débit maximum journalier a été relevé pour chacune des années simulées. Le tableau III montre ces débits ainsi

que ceux provenant de la série observée.

### 1 - Validation du modèle

La validation signifie l'évaluation de la qualité du modèle par comparaison lors de situations observées et non incluses dans l'étape de l'étalonnage. Le modèle du genre étudié ne peut être testé comme tel parce que les débits journaliers simulés ne peuvent se produire dans un ordre chronologique. Le seul outil de validation se résume aux caractéristiques des débits observés et simulés; c'est dans ce but que les moyennes et les écarts types des débits observés et simulés ont été comparés. Le tableau IV montre les débits mensuels observés et simulés, tandis que le tableau V montre l'écart type des débits mensuels observés et simulés.

L'étude comparative des caractéristiques des débits montre que les moyennes des débits simulés demeurent sensiblement les mêmes que celles des débits observés; quant aux écarts types, ceux des débits simulés sont en général plus élevés que ceux provenant des débits observés.

D'un autre côté, les paramètres d'ajustement du modèle ont été vérifiés lors de l'étalonnage et semblent satisfaire aux normes.

TABLEAU III - DÉBITS MAXIMUMS JOURNALIERS

(en mètres cubes/seconde)

Année	Série observée	Série simulée			
		Séquence #1	Séquence #2	Séquence #3	Séquence #4
1	11276	13177	12399	17780	11832
2	12352	15417	14509	13156	13752
3	15260	16802	17932	19496	19612
4	11134	12449	12336	13262	12601
5	11610	13263	12213	12968	14164
6	12343	12741	12114	13401	12788
7	9979	13215	12282	15642	12316
8	8971	11654	11446	10517	11083
9	12567	13964	14554	13354	14121
10	12771	17056	14227	16677	14401
11	13128	14963	15131	14023	13989
12	13776	15060	15254	15447	15690
13	12746	16931	14554	16341	13565
14	15679	17632	21348	18562	19129
15	14459	22658	20879	19017	19798
16	16339	19510	19000	17838	19576
17	17777	20746	22540	22360	20759

Note: La série observée s'échelonne de 1958 à 1975. Le débit indiqué est le débit maximum annuel après avoir additionné les débits du fleuve Saint-Laurent et ceux de la rivière des Outaouais. On considère que la crue se produit pendant la période de mars à mai inclusivement.

## Séquence No: 1

TABLEAU IV - COMPARAISON DES DÉBITS MENSUELS  
OBSERVÉS ET SIMULÉS  
(en mètres cubes/seconde)

Année	Mois					
	mars		avril		mai	
	observés	simulés	observés	simulés	observés	simulés
1	8661	8475	10714	10770	8697	8724
2	7235	7250	10940	10905	10228	10176
3	8423	8373	13074	12985	13832	13611
4	7883	7873	9710	9786	10101	10066
5	7922	8029	9883	9893	9295	9269
6	7026	7035	9766	9695	8391	8396
7	7886	7776	8461	8838	7964	7936
8	6827	7109	7892	7783	8366	8203
9	10062	9860	10577	10513	9207	9588
10	8246	8322	11382	11656	10838	10415
11	9751	9653	11682	11468	9239	9416
12	9358	9315	12126	12219	12151	11756
13	8649	8651	10821	10572	11338	11559
14	9364	9394	12475	12126	12776	12365
15	8850	9106	12034	12276	14160	14361
16	13285	12778	14362	14639	14101	14218
17	11627	12128	13910	14416	16215	15676

## Séquence No: 1

TABLEAU V - COMPARAISON DES ÉCARTS TYPES DES DÉBITS MENSUELS  
OBSERVÉS ET SIMULÉS

Année	Mois					
	mars		avril		mai	
	observés	simulés	observés	simulés	observés	simulés
1	844	937	589	962	503	706
2	539	867	778	1138	604	928
3	232	346	1524	1872	1013	1158
4	406	411	907	1119	664	951
5	789	1070	865	1253	1188	1462
6	815	1178	1030	1390	621	867
7	711	1026	1272	1879	638	789
8	632	882	922	1504	415	356
9	789	816	1010	1588	737	1226
10	899	1069	1116	1597	1218	1426
11	1537	2263	806	869	695	1042
12	868	927	1035	1459	751	906
13	555	799	1435	2405	906	1262
14	415	652	2114	2839	1831	1809
15	607	1102	1852	2525	1604	2713
16	1656	2544	914	1094	974	1409
17	994	1639	1658	2603	1319	1744

## 2 - Étude des débits de crue

Le modèle a pour but de générer des séquences de débits journaliers en période de crue à partir des caractéristiques des apports du fleuve Saint-Laurent et de ceux de la rivière des Outaouais. Les débits générés doivent servir dans l'extrapolation des débits de grande récurrence pour connaître le débit total arrivant à Montréal.

Afin d'estimer les débits de grande récurrence, la loi log Pearson III a été ajustée sur les débits maxima journaliers observés; cette loi de type gamma a été utilisée par Chow (1951) (5), en employant la notion de facteurs de fréquence. Ces facteurs ont été calculés par Udall et al (1967) (15); par la suite, les débits maxima journaliers de la première séquence des débits simulés ont été ajoutés à ceux provenant de la série observée et un autre ajustement de la loi log Pearson III a été fait et le processus a été ainsi poursuivi.

Parallèlement à cette opération, la limite de confiance à 95 pour cent des débits a été calculée d'après la méthode préconisée par Beard (1962) (2). La figure 10 montre une partie des résultats obtenus, soit ceux pour les débits ayant une probabilité de non-dépassement de 0.90, 0.98 et 0.99 correspondant à des récurrences de 10, 50 et 100 ans.

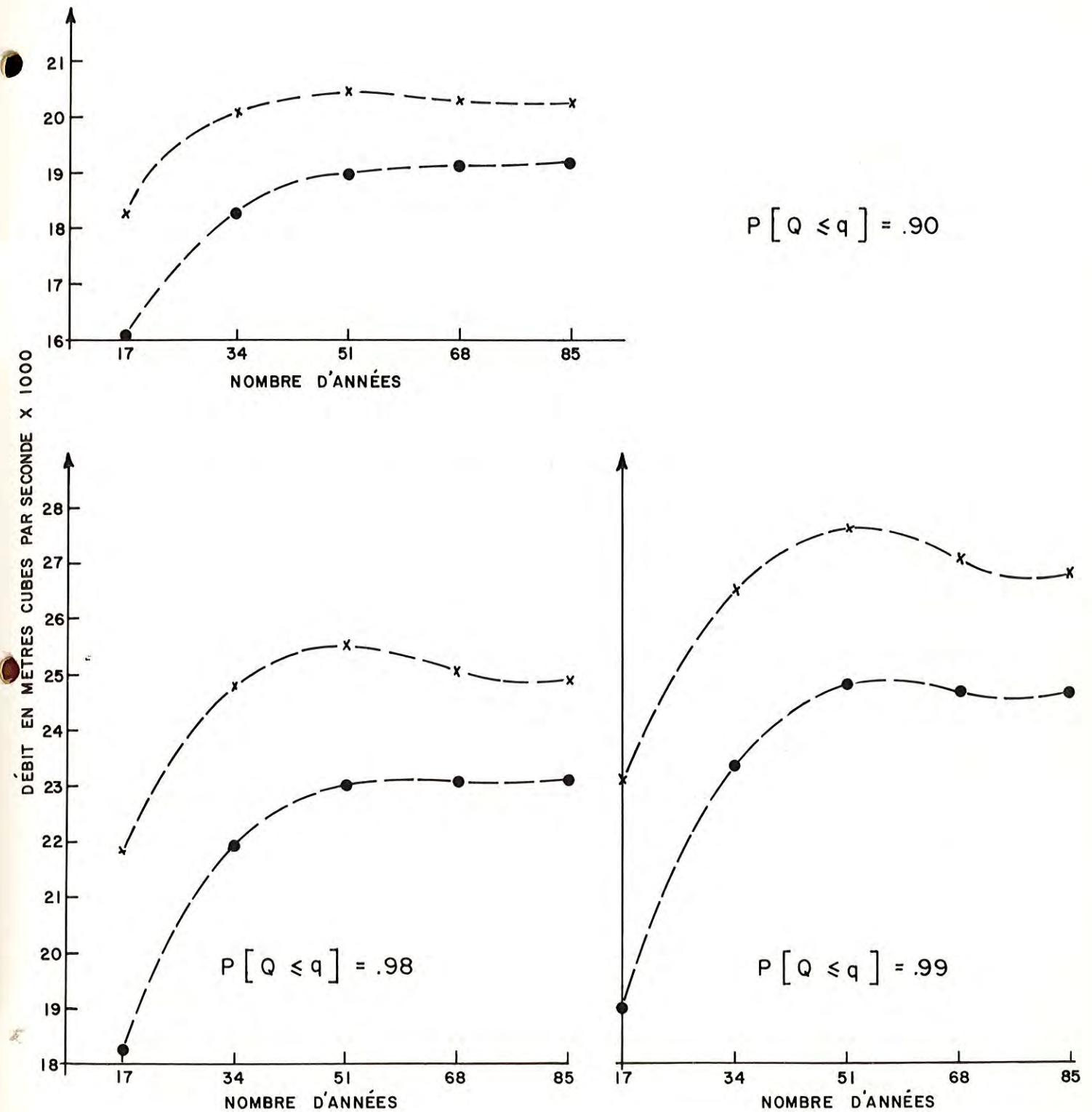


FIG. 10 ÉVOLUTION DU DÉBIT MAXIMUM JOURNALIER OBSERVÉ ET SIMULÉ SUIVANT UNE APPROXIMATION DE TYPE LOG PEARSON III AVEC LIMITE DE CONFIANCE À 95%.

En analysant les courbes de la figure 10, il est permis de tirer les conclusions suivantes:

a) le débit maximum journalier quelle que soit la probabilité considérée, commence par croître à partir du débit de crue observé;

b) ensuite, au fur et à mesure que le nombre de valeurs simulées introduites dans l'ajustement augmente, le débit a tendance à se stabiliser;

c) dans tous les cas, le passage de l'ajustement des valeurs observées à celui des valeurs observées et simulées, engendre une augmentation assez forte du débit; ceci peut s'expliquer par les résidus de l'échantillon observé qui ne comprend peut-être pas beaucoup de valeurs extrêmes dans la fonction de distribution de type gamma à deux paramètres. De plus, il faut considérer que dans le modèle, les résidus sont indépendants, tandis qu'en théorie ils sont légèrement corrélés;

d) la même technique d'ajustement a été utilisée pour les débits maxima journaliers, et ce, pour les mois de mars, d'avril et de mai. Les résultats ont montré des similitudes apparentes à celles présentées ici. En général, pour avoir une bonne estimation du débit centenaire, il faut posséder un échantillon d'une longueur variant de 35 à 50 ans.

e) quant à la limite de confiance supérieure, soit celle de 95 pour cent, elle décroît au fur et à mesure que

le nombre de valeurs augmente dans l'ajustement, ce qui est tout à fait normal; en introduisant un grand nombre de valeurs dans l'ajustement, cette limite deviendrait asymptotique au débit.

### III - CONCLUSION

Le modèle décrit dans cette recherche donne de bons résultats et permet d'exposer une méthode pouvant être appliquée à des séries hydrologiques courtes et permettant difficilement l'extrapolation de données pour évaluer, par exemple, un débit de récurrence centenaire.

Ainsi, avec les données observées, le débit de crue centenaire arrivant à l'île de Montréal a été estimé à 19 000 mètres cubes par seconde. Par contre, le modèle de simulation avec la même technique d'ajustement des débits prévoit un débit centenaire qui peut atteindre 24 700 mètres cubes par seconde. Cette augmentation de 30 pour cent du débit peut paraître assez surprenante, mais il ne faut pas oublier que la série observée comporte seulement 17 valeurs de débits pour l'ajustement par la loi log Pearson III.

Même si le modèle paraît valable, il existe différents points qui méritent d'être soulignés:

a) les données qui ont servi à étalonner le modèle

sont homogènes dans le temps, mais les facteurs de correction apportés ne sont peut-être pas nécessairement exacts;

b) l'hypothèse de considérer les résidus du fleuve Saint-Laurent et ceux de la rivière des Outaouais comme indépendants entre eux comporte un risque d'erreur même si elle est valable au niveau de signification de 95 pour cent;

c) dans ce travail, il a été décidé au départ qu'il n'y avait qu'une seule composante déterministe, soit la moyenne mensuelle. Etant donné que les résidus présentent une certaine dépendance, une étude plus poussée permettrait peut-être d'extraire d'autres composantes avant la complète indépendance de ces résidus;

d) la taille des deux échantillons qui ont servi à étalonner le modèle est grande; de ce fait, la précision des relations mathématiques servant à bâtir le modèle est d'autant meilleure et les tests statistiques qui permettent de vérifier si l'échantillon étudié appartient à la population estimée sont d'autant rigoureux.

Étant donné que les débits du fleuve Saint-Laurent à Cornwall sont presque régularisés à 100 pour cent, les débits résiduels du fleuve Saint-Laurent à Montréal proviennent dans une très grande partie du bassin intermédiaire entre Cornwall et Montréal. De ce fait, il importe de bien connaître l'apport fourni par ce bassin en temps de crue et il y a certainement lieu de continuer les recherches sur le sujet.

L'analyse statistique des débits de crue observés et simulés d'après une approximation de type log Pearson III montre qu'il faut compter sur un échantillon d'une longueur variant de 35 à 50 ans afin d'obtenir la stabilité de la génération des débits de grande récurrence (100 ans).

Parallèlement à cette étude, on peut aussi considérer un modèle mathématique pour les débits d'étiage. Dans ce cas, il y a lieu de négliger l'influence du bassin intermédiaire du fleuve Saint-Laurent et de la rivière des Outaouais et de considérer les débits à Cornwall et à Carillon.

De plus, un prolongement du présent travail peut être d'étudier la corrélation des résidus au moyen de l'analyse spectrale, laquelle définirait probablement un nouveau type de modèle mathématique, différent de celui qui est actuellement proposé.

Enfin, il serait intéressant de définir la fonction de transfert des débits arrivant à Montréal afin de connaître leur partage à travers la rivière des Mille Îles, la rivière des Prairies et le fleuve Saint-Laurent.

#### IV - RÉFÉRENCES

- 1 - ANDERSON, R.L., 1941. *Distribution of the Serial Correlation Coefficient*. Ann. Math. Stat., Vol. 13:1-13.

- 2 - BEARD, L.R., 1962. *Statistical Methods in Hydrology*. Civil Works Investigation; Sacramento District, U.S. Army of Engineers.
- 3 - CARPENTIER, A., 1975. *Simulation des débits, Rivière des Outaouais*. Rapport de stage non publié. Ministère des Richesses naturelles, Direction générale des eaux, 90 pp.
- 4 - CHAKRAVARTI, I.M., R.G. LAHA and R. ROY, 1967. *Handbook of Methods of Applied Statistics*. 2 vol., John Wiley & Sons, Inc., 1,560 pp.
- 5 - CHOW, V.T., 1951. *A General Formula for Hydrologic Frequency Analysis*. Trans. Am. Geophys. Union, Vol. 32:231-237.
- 6 - COMITÉ SUR LA RÉGULARISATION DES EAUX, 1976. *Région de Montréal, Rapport final*. Projet conjoint du ministère des Richesses naturelles du Québec et d'Environnement Canada, 123 pp.
- 7 - INTERNATIONAL GREAT LAKES WATER LEVELS BOARD, 1973. Report to the International Joint Commission, 294 pp.
- 8 - KITE, G.W. and R.L. PENTLAND, 1971. *Data Generating Methods Hydrology*. Tech. Bul., Inland Waters Branch, Canada, Dept. Energy, Mines and Resources, No 36, 22 pp.
- 9 - LLAMAS, J., J.P. TRIBOULET et R. ABDELNOUR, 1974. *Réponse du bassin de la rivière Lorette aux pluies d'été et d'automne*. Rapport scientifique GCS-74-07-01, département de Génie civil, Université Laval, 96 pp.
- 10 - MOSHMAN, J., 1967. *Random Number Generation*. Mathematical Methods for Digital Computers, 2 vol., edited by A. Ralston and H.S. Wilf, John Wiley & Sons, Inc., Vol. 2:249-263.
- 11 - POULIN, R., 1974. *Étude préliminaire du bilan hydrique*. Région de Montréal. Ministère des Richesses naturelles, Direction de l'Aménagement. Rapport No A-1.0.1. 44 pp.
- 12 - POULIN, R., 1976. *Étude du bilan hydrique*. Région de Montréal. Ministère des Richesses naturelles, Direction de l'Aménagement. Rapport No A-1.0.1.1. 60 pp.
- 13 - SHREIDER, Yu. A., 1962. *The Monte Carlo Method*. The Method of Statistical Trials, Pergamon Press. 381 pp.

- 14 - TRIQUET, C., 1973. *Étude de régularisation: première évaluation*. Région de Montréal. Ministère des Richesses naturelles, Direction générale des eaux. Rapport No A-2.0.0. 46 pp.
- 15 - UDALL, S.T. et al, 1967. *A Uniform Technique for Determining Flood Flow Frequencies*. Hydrology Committee of Water Resources Council, Bul. No 15, Washington, D.C.